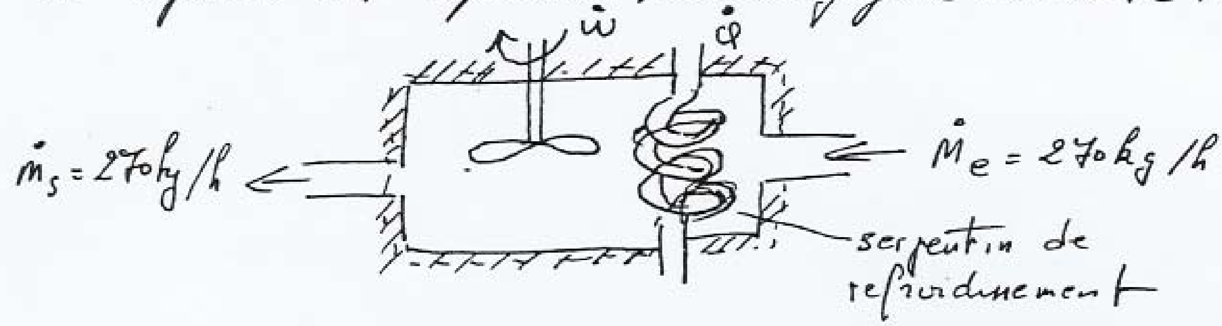
Mecathermo Tronc Commun.

Corrigé de l'épreuve de Thermodynamique. 1999/2000

Exercice 1

Le système est représenté sur la figure suivante :



On écrit les bilans masse et énergie pour le système ouvert (délimité par des pointillés). Soient M, U, T les masse, énergie interne et température du système :

1) $$\frac{dM}{dt} = \sum_e \dot{m} - \sum_s \dot{m}$$

2) $$\frac{dU}{dt} = \dot{W} + \dot{Q} + \sum_e \dot{m}\, h_T - \sum_s \dot{m}\, h_T$$

L'eau étant initialement à 45°C et sa température variant au cours du temps (question posée !) le régime ne peut être permanent (régime de démarrage)

En négligeant énergie cinétique et potentielle et en explicitant la variation d'énergie interne du système :

$$dU = M c\, dT$$

On peut écrire :

$$Mc \frac{dT}{dt} = \dot{W} + \dot{Q} + \dot{m}(h_e - h_s)$$

avec $dh = c\, dT$ et $T_i = 45°C$

$$\Rightarrow Mc \frac{dT}{dt} = \dot{W} + \dot{Q} + \dot{m} c (T_i - T)$$

On obtient une équation de la forme :

$$\frac{dT}{dt} = a + b\,(T_i - T) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} a = \dfrac{\dot{Q} + \dot{W}}{Mc} \\ b = \dfrac{\dot{m}}{M} \end{cases}$$

La résolution ne pose pas de problème en posant :

$$X = a + b\,(T_i - T) \Rightarrow dX = -\,b\,dT$$

$$\Rightarrow \frac{dX}{X} = -\,b\,dt \Rightarrow \ln X = -\,b\,t + c$$

$$\text{et} \quad X = e^{-bt + c} = a + b\,(T_i - T)$$

$$\text{à } t = 0 \quad T = T_i \Rightarrow a = e^{c}$$

$$\Rightarrow T = T_i + \frac{a}{b}\left(1 - e^{-bt}\right)$$

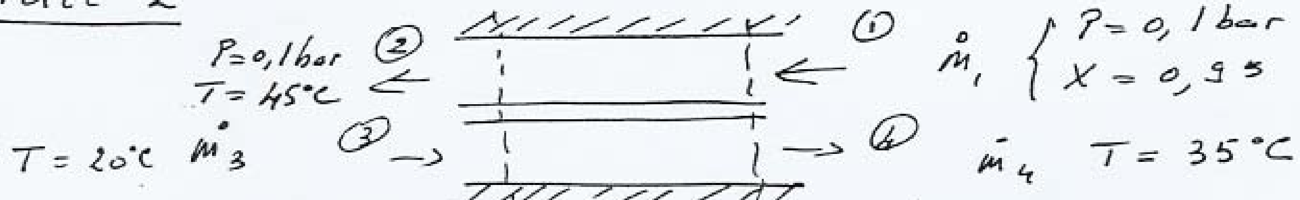
soit :

$$T = T_i + \left(\frac{\overset{-7{,}6.10^{-3}}{\dot{Q}} + \overset{600}{\dot{W}}}{\dot{m}\,c}\right)\left(1 - e^{-\frac{\dot{m}}{M}t}\right)$$

×3600

$$\text{et} \quad T = 318 - 22\,(1 - \exp(-6t)) \quad (t \text{ en heures})$$

Exercice 2



① A l'aide de la table fournie des valeurs de grandeurs thermodynamiques à l'état de saturation (équilibre liquide vapeur) pour l'eau, on trouve la température d'entrée du mélange liq. vap dans l'échangeur

$$T_1 = 45{,}81\,°C$$

l'enthalpie du fluide entrant (grandeur extensive) sera donc pour cette température :

$$h_1 = x\,h_g + (1-x)\,h_e = h_e + x\,(h_g - h_e)$$

$$= 191{,}83 + 0{,}95\,(2584{,}7 - 191{,}83) = 2465{,}1 \text{ kJ/kg}$$

à la sortie le fluide toujours à $P = 0,1$ bar est à une température de $45°C$ donc complètement condensé

(2) Ecriture des bilans

Pour l'échangeur global

$$\frac{dE}{dt} = 0 = \cancel{\dot{Q}} + \cancel{\dot{W}} + \sum_e \dot{m} h_T - \sum_s \dot{m} h_T$$

$$\Rightarrow \dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_4 h_4 = \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_3 h_3$$

En régime permanent $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$ et $\dot{m}_3 = \dot{m}_4$

$= \dot{m}_v \qquad = \dot{m}_e$

$$\Rightarrow \dot{m}_v (h_2 - h_1) = \dot{m}_e (h_3 - h_4)$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{m}_e}{\dot{m}_v} = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_4} = \frac{188,45 - 2465,1}{83,96 - 146,68} = 36,3$$

(3) l'équation de bilan écrite au niveau du 1er fluide (mélange liq-vap à l'entrée) nous donne :

$$\frac{dE}{dt} = 0 = \dot{Q} + \dot{m}_v (h_1 - h_2)$$

soit $\dot{Q} = \dot{m}_v (h_2 - h_1)$ et

$$\frac{\dot{Q}}{\dot{m}_v} = -2276,7 \text{ kJ/kg}.$$

(4) l'équation de bilan entropie nous permet d'écrire

$$\dot{S}_{gen} = \frac{dS}{dt} - \sum_i \frac{\dot{Q}_i}{T_i} + \sum_s \dot{m} s - \sum_e \dot{m} s$$

Pour l'échangeur complet :

$$\dot{S}_{gen} = \dot{m}_2 s_2 - \dot{m}_1 s_1 + \dot{m}_4 s_4 - \dot{m}_3 s_3$$

or $s_1 = x s_g + (1-x) s_e = s_e + x (s_g - s_e)$

$= 0,6493 + 0,95 (8,1502 - 0,6493)$

$s_1 = 7,775$ kJ/kg K

$$\dot{S}_{cen} = \dot{m}_v(0{,}6387 - 7{,}775) + \dot{m}_e(0{,}5053 - 0{,}2966)$$

$$\frac{\dot{S}_{cen}}{\dot{m}_v} = -7{,}1363 + 36{,}3 \cdot 0{,}20287$$

$$= 0{,}4393 \ kJ/kg\,K$$

(5) bilan exergétique.

On peut partir de l'équation de bilan exergétique

$$\dot{E}_W = \frac{d}{dt}(E + P_0V - T_0S) + \sum_i \dot{\Phi}_i\left(1 - \frac{T_0}{T_i}\right) + \Delta\dot{m}(h_T - T_0s) + T_0\dot{S}_{cen}$$

Or $\dot{E}_W = 0$, régime permanent $\frac{d}{dt} = 0$, $\dot{\Phi}_i = 0$

$$\Rightarrow T_0\dot{S}_{cen} = -\Delta\dot{m}(h_T - T_0s)$$

On a déjà calculé $\dot{S}_{cen}$ précédemment.

$$\Rightarrow \frac{T_0\dot{S}_{cen}}{\dot{m}_v} = 293 \cdot 0{,}4393 = 128\ kJ/kg.$$