Contrôle de Méthodes de commande

durée 2 h

sans document

I. Correction tachymétrique d'un asservissement de position

Le schéma de la figure 1 ci-dessous représente un asservissement de position à retour unitaire, dans lequel la transmittance $H(p)$ est telle que :

$$H(p)=\frac{S(p)}{E(p)}=\frac{K}{p\,(1+\tau_1\,p)(1+\tau_2\,p)}$$

où K, τ_1 et τ_2 sont des grandeurs positives telles que :

$$\begin{cases} K = 5\ \text{rad/s} \\ \tau_1 = 20\ \text{ms} \\ \tau_2 = 0{,}5\ \text{s} \end{cases}$$

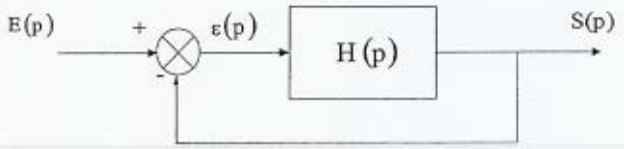


Figure 1

A. Etude du système en boucle ouverte

1. Donner l'expression du module et de la phase de $H(p)$.
2. En utilisant l'abaque de Black-Nichols donné en annexe, dessiner le lieu de Black de la transmittance $H(p)$ ($\rho_{dB} = f(\theta°)$). On utilisera les pulsations suivantes :

ω (rad/s)	0,1	0,3	0,5	1,6	2,86	6	10	17	20	45

3. Donner les valeurs de la marge de gain ΔG (en dB) et de la marge de phase $\Delta\Phi$ de l'asservissement de la figure 1 à partir du tracé précédent.

B. Etude du système en boucle fermée

1. Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF}(p)$ telle que :

$$H_{BF}(p)=\frac{S(p)}{E(p)}$$

2. A partir de l'abaque de Black- Nichols, déterminer l'amplitude de la résonance en boucle fermée ainsi que la pulsation correspondante.
3. Sachant que pour un système du 2ème ordre l'amplitude de résonance est donnée par $\frac{1}{2m\sqrt{1-m^2}}$, déterminer l'amortissement m de la boucle fermée.
4. En déduire le dépassement relatif D_r en essai indiciel.
5. On considère une entrée de consigne en échelon $e(t) = E\,u(t)$. Calculer $s(\infty)$, valeur finale de $s(t)$. Justifier le résultat obtenu.
6. On considère une entrée de consigne en rampe $e(t) = a\,t\,u(t)$. Calculer $\varepsilon(\infty)$, valeur finale de $\varepsilon(t)$ (erreur de traînage).

C. Mise en place d'un correcteur parallèle

On modifie le schéma de la figure 1, conformément à la figure 2.

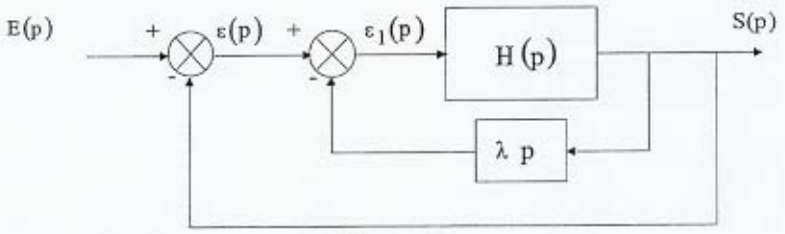


Figure 2

λ désigne un paramètre prenant des valeurs réelles et positives.

1. Déterminer la fonction de transfert $H_1(p)$ telle que :

$$H_1(p) = \frac{S(p)}{\varepsilon(p)}$$

Dans la suite du problème, on donne à λ la valeur particulière :

$$\lambda = 0{,}4\ s$$

2. Déterminer les pôles de $H_1(p)$.
3. Comparer ces pôles avec ceux de $H(p)$. Quel effet a provoqué le correcteur sur la position des pôles ?
4. Représenter le lieu de Black de la transmittance $H_1(p)$. Que remarque-t-on ?
5. Déterminer les nouvelles marges de gain $\Delta G'$ et $\Delta\Phi'$ de l'asservissement corrigé.
6. Peut-on déterminer l'amplitude de la résonance en boucle fermée. Conclusion sur l'allure de la réponse indicielle.
7. On considère une entrée de consigne en échelon $e(t) = E\,u(t)$. Calculer $s(\infty)$.
8. On considère une entrée de consigne en rampe $e(t) = a\,t\,u(t)$. Calculer $\varepsilon(\infty)$.
9. Comparer ces valeurs avec celles trouvées en B.
10. En conclusion, quels sont les avantages et les inconvénients de la correction proposée ?

II. Etude d'un élément non linéaire

On considère un élément tout ou rien symétrique donné par la figure 3.

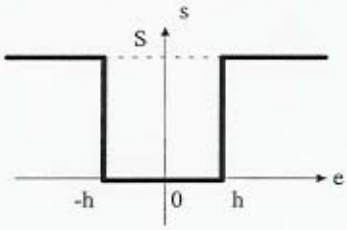


Figure 3

1. Soit $e(t) = E\sin(\omega t)$. Donner la forme du signal de sortie quand $E > h$.
2. Déterminer le gain équivalent $N(E)$ de ce dispositif et tracer son lieu critique $C(E) = \dfrac{-1}{N(E)}$.

L'élément non linéaire est intégré dans le système bouclé de la figure 4 :

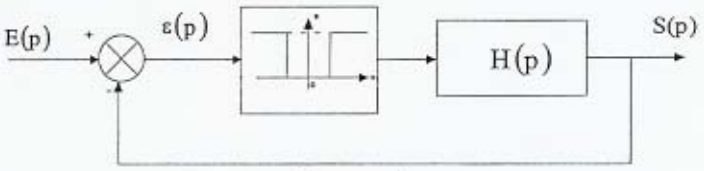


Figure 4

où $H(p)$ est tel que

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K}{p\,(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$$

3. Tracer le lieu de Nyquist de $H(j\omega)$ et le lieu critique de la non linéarité.
4. Déterminer les conditions de stabilité de ce système en fonction de K sachant que $\omega_A = \dfrac{1}{\sqrt{\tau_1\tau_2}}$ est la pulsation telle que le déphasage de $H(j\omega)$ soit $-\pi$.

RAPPELS

Transformée de Laplace

$$\mathscr{L}\{f(t)\} = F(p) = \int_0^{\infty} f(t)\, e^{-pt}\, dt$$

$$\mathscr{L}\{f(t-T)\} = e^{-Tp}\, F(p)$$

$$f(0) = \lim_{p \to \infty} p\, F(p)$$

$$f(\infty) = \lim_{p \to 0} p\, F(p)$$

f(t)	F(p)
$\delta(t)$	1
$u(t)$	$\frac{1}{p}$
$t\,u(t)$	$\frac{1}{p^2}$
$e^{-at}\,u(t)$	$\frac{1}{p+a}$

Système du 2ème ordre

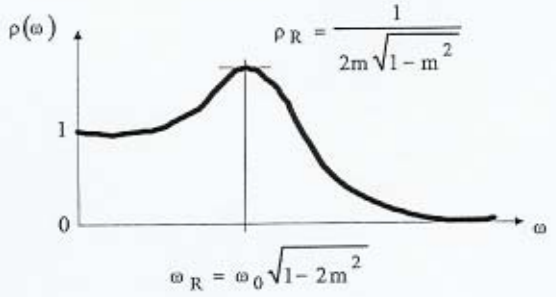
$$H(p) = \frac{1}{1 + \frac{2m}{\omega_0} p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

Réponse temporelle :

Temps de réponse à 5 % : $t_r = \frac{3}{m\omega_0}$

Dépassement relatif : $D_r = \exp\left(\frac{-m\pi}{\sqrt{1-m^2}}\right)$

Réponse harmonique : $H(j\omega) = \rho\, e^{j\theta}$



Marge de gain

Distance séparant le lieu de Black du point critique lorsque le déphasage est égal à 180°.

Marge de phase

Distance séparant le lieu de Black du point critique lorsque le module est égal à 0 dB.

Méthode du premier harmonique

Si l'entrée de l'élément non linéaire est $e(t) = E\sin(\omega t)$, la réponse $s(t)$ à la sortie est approchée en ne retenant que le terme d'ordre 1 du développement en série de Fourier par :

$$s(t) \approx S_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$$

Le gain complexe équivalent est donné par :

$$N(E) = \frac{S_1(E)}{E}\, e^{j\varphi_1(E)}$$

Le lieu critique du dispositif non linéaire est défini par le tracé dans le plan complexe du lieu des points complexes donnés par :

$$C(E) = \frac{-1}{N(E)}$$

lorsque E varie.