

ESIP, spécialité AGE 2ème année

Représentation d'état : examen

Année scolaire 2004-2005

Exercice 1

Le comportement routier d'une voiture dépend de la qualité de la suspension. Aujourd'hui, nombre de suspensions sont dites actives, c'est-à-dire qu'elles fonctionnent comme un système bouclé dont le but est d'aider à réduire davantage, dans l'habitacle, des secousses induites par les imperfections de la route. Plus le profil de la route est chaotique, plus la suspension de la belle voiture d'ingénieur doit être efficace (cf. figure 1).

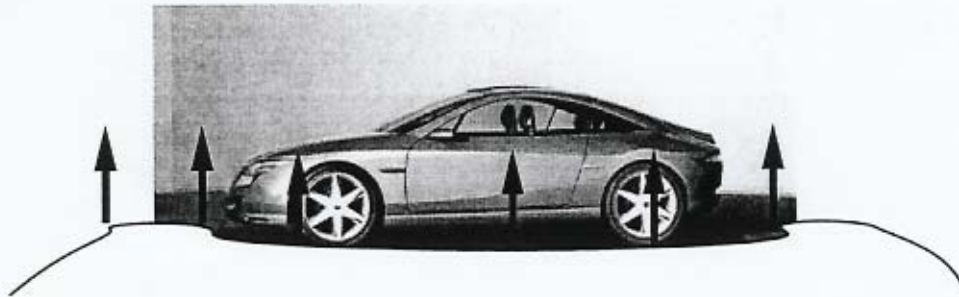


FIG. 1 - Véhicule subissant un profil routier

Cependant, avant d'envisager une suspension active, il faut être capable de modéliser une suspension simple. Au niveau de chaque roue, le problème peut se résumer par la figure 2.

d représente le profil routier (routes, bosses, grand canyon, etc.), v est l'altitude de la roue et y est celle de la caisse. m_2 représente la masse du quart du véhicule (hors roue) et m_1 est celle de la roue. k_1 est la raideur du pneu et k_2 est celle de la suspension qui induit aussi un frottement visqueux de coefficient b . La masse m_1 est soumise à trois forces :

$$\begin{cases} F_{11} = k_2(y - v), \\ F_{12} = b(\dot{y} - \dot{v}), \\ F_{13} = k_1(d - v). \end{cases}$$

La masse m_2 est quant à elle soumise à deux forces

$$\begin{cases} F_{21} = -k_2(y - v), \\ F_{22} = -b(\dot{y} - \dot{v}). \end{cases}$$

Questions :

1. En appliquant la seconde loi de Newton (relation fondamentale de la dynamique) sur chacune des deux masses, déterminer les deux équations de second degré décrivant le comportement du système.

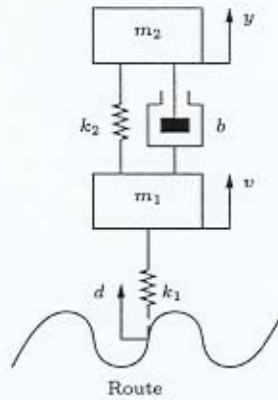


FIG. 2 – Schéma de la suspension : quart de véhicule

- Par un choix judicieux de vecteur d'état x , établir une représentation d'état en prenant comme entrée d et comme sortie y .
- Le principe de la suspension active est de remplacer la suspension mécanique simple (amortisseur visqueux+ressort) par une unique force u exercée sur la caisse. u sera alors la commande du système. Refaire un schéma tel que celui de la figure 2.
- Actualiser la représentation d'état.
- L'on suppose que la force u peut se déduire d'une combinaison linéaire des composantes de x . Ecrire cette loi de commande. Comment l'appelle-t-on ?
- Ecrire la représentation d'état du système bouclé.
- L'idée est de jouer sur la loi de commande $u = f(x)$ pour réduire les secousses sur la caisse. De quel type de problème s'agit-il (asservissement ou régulation) ?

Exercice 2

Soit la fonction de transfert

$$G(p) = \frac{10p + 5}{5p^2 - 5}$$

Questions :

- Donnez une représentation d'état compagne de $G(p)$.
- Donnez en une diagonale.
- Conclure quant à la stabilité du système correspondant.
- Le système est-il commandable et observable ?

Exercice 3

Soit le système dont la fonction de transfert est

$$G(p) = \frac{K}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$$

Ce système est commandé par un régulateur PID électronique analogique décrit par

$$R(p) = \frac{A}{p}(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p),$$

conduisant à la chaîne directe de premier ordre de type intégrateur $F(p) = AK/p$.

Or il se trouve qu'une modélisation de l'électronique du régulateur et du système a conduit un apprenti ingénieur à

conclure que la chaîne directe correspond à un modèle d'état d'ordre 3.

Questions :

1. Rubrique jeu : "serez-vous l'aider à lever ce paradoxe?"
2. Donner une représentation d'état de $F(p)$.

Exercice 4

Soient la matrice d'évolution A et la matrice de commande B d'un modèle d'état :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -7 & -12 & -7 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Questions :

1. Est-ce une réalisation minimale?
2. Calculer une loi de retour statique d'état plaçant les pôles $\{-1; -2; -3\}$.
3. La matrice de sortie est $C = [1 \ 0 \ 0]$. Seule la sortie est mesurable. Calculer un observateur de Luenberger permettant d'implanter la loi de retour d'état (observé). Les pôles de l'observateur sont tous égaux à -10 .